



ROZWIĄZANIA ZADAŃ I SCHEMATY PUNKTOWANIA

PRÓBNY EGZAMIN ÓSMOKLASISTY 2019/2020 MATEMATYKA

Wyniki testu prosimy wpisywać na internetowej stronie LEPSZEJ SZKOŁY:
www.LS.gwo.pl

Liczba punktów za zadania zamknięte i otwarte: 30

Schemat punktowania — zadania zamknięte

Numer zadania	Poprawna odpowiedź
1.	B
2.	A
3.	B
4.	PP
5.	BC
6.	FP
7.	D
8.	D
9.	B
10.	A
11.	PP
12.	B
13.	B
14.	C
15.	D

Zasady przyznawania punktów:

za każdą poprawną odpowiedź — 1 p.
za każdą niepoprawną odpowiedź
lub brak odpowiedzi — 0 p.

Schemat punktowania — zadania otwarte

Uwaga

- Za każde inne (niż przedstawione poniżej) poprawne rozwiązanie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania popełniono jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosowane metody były poprawne, obniżamy ocenę zadania o 1 punkt.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowania kryteriów oceniania dopuszcza się:
 1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 — 9)
 2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
 3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
 4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
 5. luki w zapisie obliczeń — obliczenia pamięciowe

6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
7. niekończenie wyrazów
8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C — OC)
9. błędy w przepisywaniu
10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
11. niepoprawny zapis indeksów dolnych i górnych (np. $x^2 - x_2$, $m^2 - m_2$)

Zadanie 16. (0-2)

Przykładowe sposoby rozwiązania

I sposób

Żółte jabłka z pierwszej skrzynki ważyły $\frac{1}{1+5} \cdot 18 = \frac{1}{6} \cdot 18 = 3$ kilogramy, a z drugiej $\frac{7}{7+2} \cdot 18 = \frac{7}{9} \cdot 18 = 14$ kilogramów. Łącznie sprzedano więc 17 kg żółtych jabłek.

Wszystkich jabłek w obu skrzynkach było 36 kilogramów, więc czerwonych sprzedano $36 - 17 = 19$ kilogramów.

Zatem więcej sprzedano czerwonych jabłek.

II sposób

Pierwsza skrzynka

Z	C	C	C	C	C
---	---	---	---	---	---

Druga skrzynka

Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	C	C
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Masa żółtych jabłek: $\frac{1}{6} \cdot 18 + \frac{7}{9} \cdot 18 = 3 + 14 = 17$ kilogramów

Masa czerwonych jabłek: $2 \cdot 18 - 17 = 19$ kilogramów

Zatem czerwonych jabłek sprzedano więcej niż żółtych.

Zasady oceniania

2 pkt — rozwiązanie pełne

1 pkt — zapisanie za pomocą wyrażenia arytmetycznego, jaką część jabłek w każdej skrzynce stanowiły jabłka żółte (lub czerwone) albo przedstawienie graficzne zawartości obu skrzynek z zachowaniem proporcji

0 pkt — rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu, lub brak rozwiązania

Zadanie 17. (0-2)

Przykładowe sposoby rozwiązania

I sposób

$$1,1 \cdot 120 = 132$$

Dziś buty kosztują 132 zł.

$$0,9 \cdot 80 = 72$$

Dziś plecak kosztuje 72 zł.

$$132 + 72 = 204 > 200$$

Kwota 200 zł nie wystarczy na te zakupy.

II sposób

10% ze 120 zł to 12 zł

10% z 80 zł to 8 zł

$$12 > 8$$

Cenę butów podwyższono o większą kwotę niż obniżka ceny plecaka. Zatem 200 zł nie wystarczy na te zakupy.

Zasady oceniania

2 pkt — rozwiązanie pełne

1 pkt — poprawne obliczenie obu zmienionych cen lub obliczenie kwot, o które zmieniły się ceny butów i plecaka

0 pkt — rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu, lub brak rozwiązania

Zadanie 18. (0–2)**Przykładowy sposób rozwiązania**

Bryła ma 16 krawędzi, czyli jedna krawędź ma długość $100 : 16 = 6\frac{1}{4}$ centymetrów.

Wysokość H składa się z odcinka równego krawędzi sześcianu, czyli $6\frac{1}{4}$ cm, oraz z wysokości ostrosłupa, która jest mniejsza niż długość krawędzi bocznej ostrosłupa, czyli $6\frac{1}{4}$ cm. Zatem $H < 6\frac{1}{4} + 6\frac{1}{4} = 12,5 < 15$.

Wysokość H jest mniejsza niż 15 cm.

Zasady oceniania

2 pkt — rozwiązanie pełne

1 pkt — ustalenie, że wysokość ostrosłupa jest mniejsza niż $6\frac{1}{4}$ cm

0 pkt — rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu, lub brak rozwiązania

Zadanie 19. (0–3)**Przykładowy sposób rozwiązania**

m — cena małej pizzy w zł

$3m$ — cena dużej pizzy w zł

$$8m + 4 \cdot 3m = 330$$

$$20m = 330$$

$$m = 16,50 \text{ [zł]}$$

$$3m - m = 2m = 2 \cdot 16,50 = 33 \text{ [zł]}$$

Duża pizza jest o 33 zł droższa od małej.

Zasady oceniania

3 pkt — rozwiązanie pełne

2 pkt — obliczenie ceny jednego z rodzajów pizzy

1 pkt — poprawne ułożenie równania z jedną niewiadomą, którą jest cena jednego z rodzajów pizzy

0 pkt — rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu, lub brak rozwiązania

Zadanie 20. (0–3)**Przykładowy sposób rozwiązania**

$$\text{Czas jazdy na odcinku C-A: } 3 - 1,5 - 0,5 = 1 \text{ [h]}$$

$$\text{Długość drogi A-B: } 220 - 120 - 70 = 30 \text{ [km]}$$

$$\text{Prędkość na odcinku A-B: } v_{AB} = 30 : 0,5 = 60 \text{ [km/h]}$$

$$\text{Prędkość na odcinku B-C: } v_{BC} = 120 : 1,5 = 80 \text{ [km/h]}$$

$$\text{Prędkość na odcinku C-A: } v_{CA} = 70 : 1 = 70 \text{ [km/h]}$$

Z najmniejszą średnią prędkością kurier jechał na trasie z Alicjowa do Basinek.

Zasady oceniania

3 pkt — rozwiązanie pełne

2 pkt — poprawna metoda obliczenia prędkości na trzech odcinkach trasy

1 pkt — poprawna metoda obliczenia czasu jazdy na odcinku C-A i długości drogi A-B albo
poprawna metoda obliczenia prędkości średniej na odcinku B-C

0 pkt — rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu, lub brak rozwiązania

Zadanie 21. (0-3)**Przykładowy sposób rozwiązania**

$$AB = 100 : 4 = 25 \text{ [cm]}$$

$$EF = 20 : 4 = 5 \text{ [cm]}$$

Wysokość trapezu jest równa $25 - 5 = 20 \text{ [cm]}$

Pole trapezu jest równe $P_{ABFE} = \frac{5+25}{2} \cdot 20 = 300 \text{ [cm}^2\text{]}$

Zasady oceniania

3 pkt — rozwiązanie pełne

2 pkt — poprawna metoda obliczenia pola trapezu $ABFE$

1 pkt — poprawna metoda obliczenia długości boków AB i EF

0 pkt — rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu, lub brak rozwiązania

Wykaz sprawdzanych umiejętności

Nr zadania	Wymagania ogólne*	Wymagania szczegółowe
1.	I.1.	IV-VI III. Liczby całkowite. 5) Uczeń wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.
2.	II.2.	IV-VI XII. Obliczenia praktyczne. 3) Uczeń wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach. 4) Uczeń wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach.
3.	II.1.	IV-VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. 1) Uczeń dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. 10) Uczeń zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9 w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem wielokropka po ostatniej cyfrze), uzyskane w wyniku dzielenia licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora.
4.	III.1.	VII-VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. 3) Uczeń oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.
5.	III.1.	IV-VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. 1) Uczeń dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane. VII-VIII I. Potęgi o podstawach wymiernych. 1) Uczeń zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim.
6.	I.2.	VII-VIII II. Pierwiastki. 1) Uczeń oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych. 3) Uczeń porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą a , taką że: $a \leq \sqrt{137} < a + 1$.
7.	III.1.	IV-VI XII. Obliczenia praktyczne. 2) Uczeń w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%.
8.	III.1.	IV-VI II. Działania na liczbach naturalnych. 15) Uczeń odpowiada na pytania dotyczące zbiorów różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000), o ile liczba w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważane liczby uczeń może wypisać. VII-VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. 1) Uczeń wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania.

Nr zadania	Wymagania ogólne*	Wymagania szczegółowe
9.	III.2.	VII-VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. 2) Uczeń przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.
10.	III.1.	VII-VIII IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. 2) Uczeń dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych. 3) Uczeń mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany. 4) Uczeń mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.
11.	III.1.	VII-VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. 2) Uczeń rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych.
12.	III.1.	VII-VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. 8) Uczeń zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).
13.	II.1.	IV-VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. 3) Uczeń stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta.
14.	III.2.	VII-VIII X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. 3) Uczeń rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku).
15.	III.1.	IV-VI X. Bryły. 5) Uczeń wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi. XI. Obliczenia w geometrii. 5) Uczeń oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi. VII-VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. 8) Uczeń zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).
16.	III.2.	VII-VIII VII. Proporcjonalność prosta. 3) Uczeń stosuje podział proporcjonalny.
17.	IV.1.	IV-VI XII. Obliczenia praktyczne. 2) Uczeń w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%.
18.	IV.1.	IV-VI X. Bryły. 5) Uczeń wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi. VII-VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. 6) Uczeń zna nierówność trójkąta $AB + BC \geq AC$ i wie, kiedy zachodzi równość.

Nr zadania	Wymagania ogólne*	Wymagania szczegółowe
19.	III.2.	VII-VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. 4) Uczeń rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.
20.	II.1.	IV-VI XII. Obliczenia praktyczne. 9) Uczeń w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danych prędkości i czasie, prędkość przy danych drodze i czasie, czas przy danych drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s. XIII. Elementy statystyki opisowej. 2) Uczeń odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach, na przykład: wartości z wykresu, wartość największą, najmniejszą, opisuje przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach zjawiska przez określenie przebiegu zmiany wartości danych, na przykład z użyciem określenia „wartości rosną”, „wartości maleją”, „wartości są takie same” („przyjmowana wartość jest stała”).
21.	IV.3.	IV-VI XI. Obliczenia w geometrii. 1) Uczeń oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków. 2) Uczeń oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, na przykład pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm.

*

I. Sprawność rachunkowa.

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.
2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.
2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.
3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.